Prof. Éric J.M.DELHEZ

Fonctions de plusieurs variables.

Il est utile de revoir les **paragraphes 3.1 à 3.9** du cours d'Analyse avant d'aborder ces questions.

Les réponses succinctes aux questions se trouvent sur une page à la suite des énoncés. Une solution complète doit évidemment comporter les détails des calculs et des justifications.

i. Exercice 10, §3.14.2.

ii. Évaluez la dérivée directionnelle $D_{\mathbf{e}}f$ au point $(1,-1,1)$ si

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 - (z-1)^2 \quad \text{et} \quad \mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$$

iii. Appliquez la formule de Taylor à l'ordre 1 à la fonction $f(x,y)$ au voisinage du point $(0,1)$. Quelles hypothèses la fonction f doit-elle vérifier ?

iv. Déterminez le polynôme de Taylor de degré 3 de la fonction $f(x,y) = \sin(x+y)$ au voisinage du point $(0,\pi/2)$.

v. Exercice 3, §3.14.4.

Remédiation 4 d'Analyse - Réponses succinctes aux questions posées.

i. -

ii. $D_{\mathbf{e}}f(1,-1,1) = 2\sqrt{2}$

iii. f doit être réelle et deux fois continûment dérivable sur un ouvert Ω de $\mathbb{R}^2$ tel que le segment joignant le point $(0,1)$ à $(\Delta x, 1+\Delta y)$ est entièrement compris dans Ω.

$$f(\Delta x, 1+\Delta y) = f(0,1) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x}(0,1) + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y}(0,1) + \frac{1}{2}\Delta x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\mathsf{x}^\star) + \frac{1}{2}\Delta y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(\mathsf{x}^\star) + \Delta x \Delta y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(\mathsf{x}^\star)$$

où $\mathsf{x}^\star = (\theta\Delta x, 1+\theta\Delta y)$ avec $\theta \in]0,1[$

iv.

$$P_3(x,y) = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\left(y-\frac{\pi}{2}\right)^2 - x\left(y-\frac{\pi}{2}\right)$$

v.

$$\frac{|\Delta g|}{g} \leq \frac{|\Delta \ell|}{\ell} + \frac{2|\Delta T|}{T}$$